

$$\sqrt{1+4x-x^2}=x-1$$

ОДЗ.

$$\begin{cases} 1+4x-x^2 \geq 0 \\ \sqrt{1+4x-x^2}=x-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1+4x-x^2 \geq 0 \\ \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 1+4x-x^2=(x-1)^2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1+4x-x^2 \geq 0 \\ x \geq 1 \\ 1+4x-x^2=(x-1)^2 \end{cases}$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$1+4x-x^2=(x-1)^2$$

$$1+4x-x^2-(x-1)^2=0$$

$$1+4x-x^2-(x^2-2x+1)=0$$

$$1+4x-x^2-x^2+2x-1=0$$

$$6x-2x^2=0$$

$$-2x^2+6x=0$$

$$2x^2-6x=0$$

$$x^2-3x=0$$

$$x(x-3)=0$$

$$x=0; x=3$$

решение разбивается на отдельные случаи.

Случай 1 .

$$\begin{cases} 1+4x-x^2 \geq 0 \\ x \geq 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

нет решений

Случай 2 .

$$\begin{cases} 1+4x-x^2 \geq 0 \\ x \geq 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1+4x-x^2 \geq 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Подставим вместо  $x$  .

$$\begin{cases} 1+4 \cdot 3-3^2 \geq 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 \geq 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$x = 3$$

Окончательный ответ:

$x$
3

---

$$x-3+4\sqrt{x-3}=32$$

ОДЗ.

$$\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-3+4\sqrt{x-3}=32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x-3+4\sqrt{x-3}=32 \end{cases}$$

Преобразуем уравнение.

$$x-3+4\sqrt{x-3}=32$$

$$4\sqrt{x-3}=32-x+3$$

$$4\sqrt{x-3}=35-x$$

$$\begin{cases} 35-x \geq 0 \\ 42(x-3) = (35-x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ \begin{cases} 35-x \geq 0 \\ 42(x-3) = (35-x)^2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ \begin{cases} 35-x \geq 0 \\ 16(x-3) = (35-x)^2 \end{cases} \end{cases}$$

Преобразуем неравенство.

$$35-x \geq 0$$

$$-x \geq -35$$

$$x \leq 35$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 35 \\ 16(x-3) = (35-x)^2 \end{cases}$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$16(x-3) = (35-x)^2$$

$$16(x-3) - (35-x)^2 = 0$$

$$16(x-3) - (x-35)^2 = 0$$

$$16(x-3) - (x^2 - 70x + 1225) = 0$$

$$(16x-48)-(x^2-70x+1225)=0$$

$$16x-48-x^2+70x-1225=0$$

$$86x-1273-x^2=0$$

$$-x^2+86x-1273=0$$

$$x^2-86x+1273=0$$

Находим дискриминант.

$$D=b^2-4ac=(-86)^2-4\cdot 1\cdot 1273=2304$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1=\frac{86-48}{2\cdot 1}=19; x_2=\frac{86+48}{2\cdot 1}=67$$

решение разбивается на отдельные случаи.

Случай 1 .

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 35 \\ x = 19 \end{cases}$$

Следующая система эквивалентна предыдущей.

$$\begin{cases} x = 19 \\ x \leq 35 \end{cases}$$

$$x = 19$$

Случай 2 .

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 35 \\ x = 67 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=67 \\ x \leq 35 \end{cases}$$

нет решений

Окончательный ответ:

$x$
19

---

---

$$\sqrt{x+5} + \sqrt{20-x} = 7$$

ОДЗ.

$$\begin{cases} 20-x \geq 0 \\ x+5 \geq 0 \\ \sqrt{x+5} + \sqrt{20-x} = 7 \end{cases}$$

Преобразуем неравенство.

$$20-x \geq 0$$

$$-x \geq -20$$

$$x \leq 20$$

Следующее неравенство равносильно предыдущему.

$$\begin{cases} x \leq 20 \\ x \geq -5 \\ \sqrt{x+5} + \sqrt{20-x} = 7 \end{cases}$$

Преобразуем уравнение.

$$\sqrt{x+5} + \sqrt{20-x} = 7$$

$$\sqrt{20-x} = 7 - \sqrt{x+5}$$

Следующая система эквивалентна предыдущему уравнению.

$$\begin{cases} 7-\sqrt{x+5}\geq 0 \\ 20-x=(7-\sqrt{x+5})^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7-\sqrt{x+5}\geq 0 \\ 20-x=7^2-2\cdot 7\sqrt{x+5}+\sqrt{x+5}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7-\sqrt{x+5}\geq 0 \\ 20-x=7^2-2\cdot 7\sqrt{x+5}+(x+5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\leq 20 \\ x\geq -5 \\ \begin{cases} 7-\sqrt{x+5}\geq 0 \\ 20-x=7^2-2\cdot 7\sqrt{x+5}+(x+5) \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\leq 20 \\ x\geq -5 \\ \begin{cases} 7-\sqrt{x+5}\geq 0 \\ 20-x=7^2-2\cdot 7\sqrt{x+5}+x+5 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\leq 20 \\ x\geq -5 \\ \begin{cases} 7-\sqrt{x+5}\geq 0 \\ 20-x=54-14\sqrt{x+5}+x \end{cases} \end{cases}$$

Преобразуем неравенство.

$$7-\sqrt{x+5}\geq 0$$

так как  $-5\leq x\leq 20$

Следующая система эквивалентна предыдущей.

$$\begin{cases} x\leq 20 \\ x\geq -5 \\ 20-x=54-14\sqrt{x+5}+x \end{cases}$$

Преобразуем уравнение.

$$20-x=54-14\sqrt{x+5}+x$$

$$20-x-54-x=-14\sqrt{x+5}$$

$$-14\sqrt{x+5}=20-x-54-x$$

$$-14\sqrt{x+5}=-34-x-x$$

$$-14\sqrt{x+5}=-34-2x$$

$$14\sqrt{x+5}=34+2x$$

$$\begin{cases} 34+2x \geq 0 \\ 14^2(x+5) = (34+2x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 20 \\ x \geq -5 \\ \begin{cases} 34+2x \geq 0 \\ 14^2(x+5) = (34+2x)^2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 20 \\ x \geq -5 \\ \begin{cases} 34+2x \geq 0 \\ 196(x+5) = (34+2x)^2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 20 \\ x \geq -5 \\ \begin{cases} 17+x \geq 0 \\ 196(x+5) = (34+2x)^2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 20 \\ x \geq -5 \\ \begin{cases} x \geq -17 \\ 196(x+5) = (34+2x)^2 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 20 \\ x \geq -5 \\ 196(x+5) = (34+2x)^2 \end{cases}$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$196(x+5) = (34+2x)^2$$

$$196(x+5) - (34+2x)^2 = 0$$

$$196(x+5) - (2x+34)^2 = 0$$

$$196(x+5) - (4x^2 + 136x + 1156) = 0$$

$$(196x + 980) - (4x^2 + 136x + 1156) = 0$$

$$196x + 980 - 4x^2 - 136x - 1156 = 0$$

$$60x - 176 - 4x^2 = 0$$

$$-4x^2 + 60x - 176 = 0$$

$$4x^2 - 60x + 176 = 0$$

$$x^2 - 15x + 44 = 0$$

Находим дискриминант.

$$D = b^2 - 4ac = (-15)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 44 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{15-7}{2 \cdot 1} = 4 ; x_2 = \frac{15+7}{2 \cdot 1} = 11$$

решение разбивается на отдельные случаи.

Случай 1 .



$$\begin{cases} x \leq 20 \\ x \geq -5 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ x \geq -5 \end{cases}$$

$$x = 4$$

Случай 2 .

$$\begin{cases} x \leq 20 \\ x \geq -5 \\ x = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 11 \\ x \geq -5 \end{cases}$$

$$x = 11$$

Окончательный ответ:

$x$
4
11

---

$$\sqrt{4+x} - \sqrt{2x+1} = -1$$

ОДЗ.

$$\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 4+x \geq 0 \\ \sqrt{4+x} - \sqrt{2x+1} = -1 \end{cases}$$

Преобразуем неравенство.

$$\begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 4+x \geq 0 \\ \sqrt{4+x} - \sqrt{2x+1} = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 4+x \geq 0 \\ \sqrt{4+x} - \sqrt{2x+1} = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \geq -4 \\ \sqrt{4+x} - \sqrt{2x+1} = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ \sqrt{4+x} - \sqrt{2x+1} = -1 \end{cases}$$

Преобразуем уравнение.

$$\sqrt{4+x} - \sqrt{2x+1} = -1$$

$$\sqrt{4+x} = (-1) + \sqrt{2x+1}$$

$$\begin{cases} (-1) + \sqrt{2x+1} \geq 0 \\ 4+x = ((-1) + \sqrt{2x+1})^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-1) + \sqrt{2x+1} \geq 0 \\ 4+x = (-1)^2 + 2(-1)\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x+1}^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-1) + \sqrt{2x+1} \geq 0 \\ 4+x = (-1)^2 + 2(-1)\sqrt{2x+1} + (2x+1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ (-1) + \sqrt{2x+1} \geq 0 \\ 4+x = (-1)^2 + 2(-1)\sqrt{2x+1} + (2x+1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ (-1) + \sqrt{2x+1} \geq 0 \\ 4+x = (-1)^2 + 2(-1)\sqrt{2x+1} + 2x+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ (-1) + \sqrt{2x+1} \geq 0 \\ 4+x = 2 + (-2)\sqrt{2x+1} + 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ -1 + \sqrt{2x+1} \geq 0 \\ 4+x = 2 - 2\sqrt{2x+1} + 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ \sqrt{2x+1} \geq 1 \\ 4+x = 2 - 2\sqrt{2x+1} + 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 2x+1 \geq 1^2 \\ 4+x = 2 - 2\sqrt{2x+1} + 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 2x+1 \geq 1 \\ 4+x=2-2\sqrt{2x+1}+2x \end{cases}$$

Преобразуем неравенство.

$$2x+1 \geq 1$$

$$2x \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$\begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \geq 0 \\ 4+x=2-2\sqrt{2x+1}+2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 4+x=2-2\sqrt{2x+1}+2x \end{cases}$$

Преобразуем уравнение.

$$4+x=2-2\sqrt{2x+1}+2x$$

$$4+x-2-2x=-2\sqrt{2x+1}$$

$$-2\sqrt{2x+1}=4+x-2-2x$$

$$-2\sqrt{2x+1}=2+x-2x$$

$$-2\sqrt{2x+1}=2-x$$

$$2\sqrt{2x+1}=-2+x$$

Следующая система эквивалентна предыдущему уравнению.

$$\begin{cases} -2+x \geq 0 \\ 2\sqrt{2x+1} = (-2+x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ -2+x \geq 0 \\ 2^2(2x+1) = (-2+x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ -2+x \geq 0 \\ 4(2x+1) = (-2+x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq 2 \\ 4(2x+1) = (-2+x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ 4(2x+1) = (-2+x)^2 \end{cases}$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$4(2x+1) = (-2+x)^2$$

$$4(2x+1) - (-2+x)^2 = 0$$

$$4(2x+1) - (x-2)^2 = 0$$

$$4(2x+1) - (x^2 - 4x + 4) = 0$$

$$(8x+4) - (x^2 - 4x + 4) = 0$$

$$8x+4 - x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$12x - x^2 = 0$$

$$-x^2 + 12x = 0$$

$$x^2 - 12x = 0$$

$$x(x-12) = 0$$

$$x=0; x=12$$

решение разбивается на отдельные случаи.

Случай 1 .

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

нет решений

Случай 2 .

$$\begin{cases} x \geq 2 \\ x = 12 \end{cases}$$

$$x = 12$$

Окончательный ответ:

$x$
12

Расписала всё подробно, надеюсь поможет В любом случае желательно всё сверить с ответами

=====