

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19 \\ x^2 y - xy^2 = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2 + xy + y^2)(x - y) = 19 \\ (xy)(x - y) = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 19(xy)(x - y) - 6(x^2 + xy + y^2)(x - y) = 19 \cdot 6 - 6 \cdot 19 \\ (x^2 + xy + y^2)(x - y) = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (19(xy) - 6(x^2 + xy + y^2))(x - y) = 0 \\ (x^2 + xy + y^2)(x - y) = 19 \end{cases}$$

Следующая система эквивалентна предыдущей.

так как $x - y \neq 0$

$$\begin{cases} 19(xy) - 6(x^2 + xy + y^2) = 0 \\ (x^2 + xy + y^2)(x - y) = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19 \\ 19(xy) - 6(x^2 + xy + y^2) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19 \\ 19xy - 6(x^2 + xy + y^2) = 0 \end{cases}$$

$$19xy - 6(x^2 + xy + y^2) = 0$$

$$19xy - (6x^2 + 6xy + 6y^2) = 0$$

$$19xy - 6x^2 - 6xy - 6y^2 = 0$$

$$13xy - 6x^2 - 6y^2 = 0$$

$$-6x^2 + 13xy - 6y^2 = 0$$

$$-6x^2 + 4xy + 9xy - 6y^2 = 0$$

$$-(6x^2 - 4xy) + (9xy - 6y^2) = 0$$

$$-(3x-2y)(2x)+(3x-2y)(3y)=0$$

$$(3x-2y)(-2x+3y)=0$$

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19 \\ (3x-2y)(-2x+3y)=0 \end{cases}$$

Преобразуем уравнение.

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19 \\ \begin{cases} 3x-2y=0 \\ -2x+3y=0 \end{cases} \end{cases}$$

решение разбивается на отдельные случаи.

Случай 1 .

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19 \\ 3x-2y=0 \end{cases}$$

Из уравнения 2 выразим x .

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19 \\ x = \frac{2y}{3} \end{cases}$$

Подставим вместо x найденное выражение.

$$\begin{cases} \left(\frac{2y}{3}\right)^3 - y^3 = 19 \\ x = \frac{2y}{3} \end{cases}$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$\left(\frac{2y}{3}\right)^3 - y^3 = 19$$

$$\left(\frac{2y}{3}\right)^3 - y^3 - 19 = 0$$

$$\frac{2^3 y^3}{3^3} - y^3 - 19 = 0$$

$$\frac{8y^3}{27} - y^3 - 19 = 0$$

$$-y^3 - 19 + \frac{8y^3}{27} = 0$$

$$(-y^3 - 19) + \frac{8y^3}{27} = 0$$

$$\frac{(-y^3 - 19)27}{27} + \frac{8y^3}{27} = 0$$

$$\frac{(-y^3 - 19)27 + 8y^3}{27} = 0$$

$$\frac{(-27y^3 - 513) + 8y^3}{27} = 0$$

$$\frac{-27y^3 - 513 + 8y^3}{27} = 0$$

$$\frac{-19y^3 - 513}{27} = 0$$

$$-\frac{19y^3 + 513}{27} = 0$$

$$-\frac{19(y^3 + 27)}{27} = 0$$

$$\frac{19(y^3 + 27)}{27} = 0$$

$$y^3 + 27 = 0$$

Перенесем известные величины в правую часть уравнения.

$$y^3 = -27$$

$$y = -3.$$

$$\begin{cases} y = -3 \\ x = \frac{2y}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-3 \\ x=\frac{2(-3)}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-3 \\ x=-2 \end{cases}$$

Случай 2 .

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19 \\ -2x + 3y = 0 \end{cases}$$

Из уравнения 2 выразим x .

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19 \\ x = \frac{3y}{2} \end{cases}$$

Подставим вместо x найденное выражение.

$$\begin{cases} \left(\frac{3y}{2}\right)^3 - y^3 = 19 \\ x = \frac{3y}{2} \end{cases}$$

Решаем вспомогательное уравнение.

$$\left(\frac{3y}{2}\right)^3 - y^3 = 19$$

$$\left(\frac{3y}{2}\right)^3 - y^3 - 19 = 0$$

$$\frac{3^3 y^3}{2^3} - y^3 - 19 = 0$$

$$\frac{27y^3}{8} - y^3 - 19 = 0$$

$$-y^3 - 19 + \frac{27y^3}{8} = 0$$

$$\left(-y^3 - 19\right) + \frac{27y^3}{8} = 0$$

$$\frac{(-y^3 - 19)8 + 27y^3}{8} = 0$$

$$\frac{(-y^3 - 19)8 + 27y^3}{8} = 0$$

$$\frac{(-8y^3 - 152) + 27y^3}{8} = 0$$

$$\frac{-8y^3 - 152 + 27y^3}{8} = 0$$

$$\frac{19y^3 - 152}{8} = 0$$

$$\frac{19(y^3 - 8)}{8} = 0$$

$$y^3 - 8 = 0$$

$$y^3 = 8$$

$$y = 2.$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = \frac{3y}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = \frac{3 \cdot 2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

ОТВЕТ: .

x	y
-2	-3
3	2